ANNALES D'ÉCONOMIE ET DE STATISTIQUE. – N° 74 – 2004

L'impact des contraintes d'emprunt sur la mobilité résidentielle et les choix entre location et propriété

Laurent GOBILLON *, David LE BLANC **

RÉSUMÉ. – Nous développons un modèle de demande permettant d'étudier l'impact des contraintes d'emprunt immobilier sur la mobilité résidentielle et le choix des ménages entre propriété et location. A chaque période, les agents choisissent entre rester dans leur logement actuel, changer de logement et devenir propriétaire, et changer de logement et devenir locataire. Déménager entraîne un coût fixe, et les propriétaires potentiels ont un accès limité au marché du crédit immobilier. Les coûts de mobilité se traduisent par une règle (s,S) similaire à celle des modèles d'investissements : les ménages changent de logement d'autant moins fréquemment que les coûts sont élevés. Les contraintes d'emprunt engendrent non seulement des reports de la propriété vers la location en cas de déménagement, mais aussi une moindre mobilité résidentielle. Le modèle permet de générer toutes les trajectoires résidentielles observées dans la réalité. L'importance relative de ces trajectoires dans la population dépend de l'hétérogénéité des ménages en termes de revenu, de richesse, d'anticipations des prix futurs du logement, et de coûts de mobilité.

The impact of borrowing constraints on residential mobility and tenure choice

ABSTRACT. – We present a simple demand model which allows to study the impact of borrowing constraints on the residential mobility and tenure choices of households. At each period, a household chooses between staying in his current dwelling, moving and renting, and moving and owning. Moving implies paying a fixed cost. Households have access to a credit market but loans are subject to specific constraints. The model is able to generate all observed residential trajectories.

* CREST, Malakoff 2, 15 Boulevard Gabriel Péri, Bureau 2122, Timbre J390, 92240 MALAKOFF Cedex. email : gobillon@ensae.fr
** CREST-INSEE, Malakoff 2, 15 Boulevard Gabriel Péri, Bureau 2020, Timbre J310, 92240 MALAKOFF Cedex. email : leblanc@ensae.fr

1 Introduction

Comment les contraintes d'emprunt rencontrées par les propriétaires potentiels modifient-elles la mobilité résidentielle et le choix entre propriété et location ? Cette question est devenue d'actualité en France au début des années 1990, lorsque la part des ménages qui possèdent leur résidence principale, qui n'avait cessé de progresser depuis le milieu des années soixante-dix, s'est fixée aux alentours de 54 % (LACROIX [1995]). Ce phénomène a été constaté dans de nombreux pays développés.

Les raisons de cette stagnation ont d'abord été recherchées dans la démographie : déformation de la pyramide des âges, modification des calendriers de formation des ménages et des familles. D'autres raisons peuvent être recherchées dans les modifications de l'environnement économique affectant les choix de consommation des ménages : chômage plus important, mobilité professionnelle accrue.

Par ailleurs, le logement est non seulement un bien de consommation, mais aussi un élément important du patrimoine des ménages. Les variations du prix des logements, comparées aux rendements des autres actifs, influent sur l'arbitrage des ménages entre location et propriété. Ces facteurs ont été modifiés durant la dernière décennie, notamment par la hausse importante des rendements des actifs de marché, qui a rendu le « placement pierre » moins attractif.

Enfin, des changements survenus dans les contraintes rencontrées par les propriétaires potentiels sur le marché du crédit immobilier pourraient avoir prévenu une part plus importante des ménages d'accéder à la propriété. Acheter un logement constitue généralement l'investissement le plus important effectué par un ménage. Compte tenu du prix des logements, la plupart des ménages qui deviennent propriétaires doivent emprunter [1].

Les contraintes sur le marché du crédit sont donc susceptibles de freiner l'accès à la propriété. Ces limitations peuvent porter aussi bien sur l'apport personnel que sur les montants des remboursements de prêts. Comprendre l'impact des contraintes d'emprunt sur l'accession est particulièrement important dans le cas français, puisqu'une des principales aides à l'accession offerte aux ménages dans ce pays, le Prêt à Taux Zéro (PTZ), consiste en une subvention à l'apport personnel sous forme de prêt sans intérêt pour les ménages les moins riches. Evaluer ce dispositif suppose donc de savoir comment un desserrement des contraintes d'emprunt est susceptible de jouer sur les flux d'accession à la propriété.

Cette question se situe à la frontière de trois domaines de la littérature économique. D'un côté, la littérature spécialisée sur le logement s'est intéressée au choix de statut d'occupation, c'est-à-dire au choix entre propriété et location (HENDERSON et IOANNIDES [1983, 1985]), ainsi qu'au logement comme actif de portefeuille (HENDERSON et IOANNIDES [1987], IOANNIDES et

1. Entre 1993 et 1996, 1,8 millions de ménages sont devenus propriétaires, dont 1,66 millions par achat. Parmi ceux-ci, 84 % ont dû recourir à un emprunt.

ROSENTHAL [1994], BRUECKNER [1997], FLAVIN et YAMASHITA [1998]). Les modèles proposés sont statiques et se focalisent sur le choix entre location et propriété, sans relier ce problème à celui de la mobilité résidentielle. La plupart de ces auteurs ne prennent pas en compte l'existence de contraintes d'emprunt, deux exceptions notables étant les articles de LINNEMAN et WACHTER [1989] et ZORN [1989].

D'un autre côté, l'impact des contraintes de liquidité sur le profil de consommation au cours du cycle de vie a été étudié de manière détaillée dans la littérature (voir par exemple HAYASHI [1985], MARIGER [1987], ZELDES [1989], CHARPIN [1989], WEBER [1993]). Ces modèles ont été étendus aux biens durables. La principale difficulté associée au logement est la présence de coûts de mobilité importants, qui expliquent que les ménages n'ajustent pas parfaitement leur stock de capital logement à chaque période.

Un dernier courant de littérature s'intéresse à l'effet de coûts d'investissement non nuls sur les décisions optimales d'investissement. L'idée sous-jacente de ce type de modèles est qu'en présence de coûts, les agents ajustent leur stock de capital de manière discrète et non continue dans le temps. GROSSMAN et LAROQUE [1990] montrent que dans le cas où l'utilité de l'agent dérive de la consommation d'un unique bien durable et en l'absence de coûts de transaction sur les actifs de marché, l'ajustement du stock du bien durable possédé par l'agent obéit à une règle dite (s, S) : l'agent ajuste son capital vers une valeur-cible dépendant de sa richesse courante, dès que le rapport du stock sur la richesse totale sort d'un intervalle dont l'amplitude dépend positivement des frais de transaction. Une adaptation de ce modèle est estimée par EBERLY [1994] dans le cas des achats d'automobiles.

Dans cet article, nous présentons un modèle à deux périodes qui permet de faire la synthèse des différents apports mentionnés ci-dessus, tout en restant suffisament simple pour mettre en lumière les principaux mécanismes économiques à l'oeuvre. La modélisation retenue se rapproche fortement de celle de IOANNIDES et KAN [1996], qui présentent un modèle de consommation de logement au cours du cycle de vie sans introduire explicitement de contraintes d'emprunt. Dans ce modèle, le ménage a le choix, à la date initiale, entre trois options : rester dans son logement, déménager et devenir locataire, déménager et devenir propriétaire. Les propriétaires potentiels font face à des contraintes de financement sur le marché du crédit immobilier.

L'apport principal de cet article est de montrer comment les contraintes de crédit n'affectent pas uniquement le choix entre propriété et location pour les ménages qui changent de logement, mais aussi la mobilité résidentielle elle-même. En l'absence de contraintes d'emprunt, l'arbitrage entre propriété et location repose sur la comparaison des niveaux du loyer et du coût d'usage du capital logement. En présence de contraintes d'emprunt, l'utilité associée à la propriété diminue, augmentant à chaque période les propensions à rester dans le logement déjà occupé et à déménager pour devenir locataire. Nous montrons également comment les coûts de mobilité se traduisent par une règle (s, S) similaire à celle des modèles d'investissements : les ménages changent de logement d'autant moins fréquemment que les coûts sont élevés. Enfin, une vertu du modèle est de pouvoir générer toutes les transitions empiriquement observées sur le marché du logement (non-mobilité, transitions location-propriété, propriété-location, location-location, propriété-propriété). On montre que l'importance relative de ces trajectoires dans la population à un moment donné dépend de l'hétérogénéité des ménages en termes de revenu, de richesse et d'anticipations des prix futurs du logement.

Beaucoup de nos choix de modélisation sont motivés par le souhait d'obtenir une forme estimable à partir des données d'enquêtes disponibles en France (en l'occurrence, les enquêtes Logement et Patrimoine de l'INSEE). Pour des raisons de place, l'estimation du modèle proposé ici est présentée dans un autre article (GOBILLON et LE BLANC [2002]).

Le plan de l'article est le suivant. Dans la section 2, nous présentons le modèle de base sans contraintes d'emprunt et décrivons les mécanismes de sa résolution. La section 3 introduit les contraintes d'emprunt et présente les modifications apportées au modèle de base. Dans la section 4, nous développons un exemple analytique qui permet de mieux comprendre les implications du modèle. La section 5 discute deux points de modélisation de manière plus approfondie. La section 6 conclut.

2 Le modèle de base

Dans tout l'article, nous considérons un ménage dont les décisions peuvent s'analyser en temps discret. Nous supposons que coexistent deux statuts d'occupation du logement, la propriété et la location [2]. Cette distinction est reflétée par une variable j_t, valant 1 si le ménage est propriétaire, 0 s'il est locataire de son logement à la période t. Le capital logement est loué au loyer unitaire ρ_t. Nous supposons par simplicité que les logements ne se dégradent pas au cours du temps : lorsqu'un ménage ne déménage pas d'une période à l'autre, le stock de capital du logement qu'il habite ne varie pas [3].

2.1 Utilité du ménage

L'origine des temps est arbitraire dans notre modèle. Au début de la période t, la situation du ménage est décrite par trois variables d'état, j_{t-1}, K_{t-1}, W_t. j_{t-1} est le statut d'occupation du ménage dans le logement occupé pendant la période $t-1$. K_{t-1} est le stock de capital correspondant à ce logement. W_t est la richesse du ménage au début de la période. Cette richesse se compose d'un montant A_t d'un actif de marché non risqué et de rendement r_a, et, si le ménage est propriétaire, du prix actuel de revente de son logement, $p_t K_{t-1}$, où p_t est le prix de vente unitaire du capital logement à la période t. Au début de la période t, le ménage reçoit un revenu R_t. Ce

2. Dans cet article, nous nous intéressons uniquement à la demande des ménages, sans modéliser l'offre. En particulier, on ne cherche pas à savoir pourquoi propriété et location coexistent, ni quelle est la relation entre prix et loyers. Ces derniers sont considérés comme donnés. Les problèmes évoqués dans ce contexte (voir par exemple HENDERSON et IOANNIDES [1983]) ne sont donc pas une préoccupation.

3. Introduire la dépréciation est immédiat dans le cadre de ce modèle, mais n'apporte pas de conclusions supplémentaires. Cette question est abordée à la section 2.5.

revenu est supposé connu de manière certaine. La figure 1 donne le timing du modèle.

Le problème de l'agent consiste à répartir de manière optimale sa richesse entre consommation à la période courante et richesse à la période suivante. L'agent peut consommer deux biens : un bien composite Hicksien non durable assimilé au numéraire, et le « service de logement ». Celui-ci est produit par le stock de capital logement correspondant au logement occupé par le ménage, et supposé proportionnel à ce stock. Cette hypothèse est courante et appropriée pour notre problème. L'utilité procurée par un stock donné de capital logement est supposée la même, que le ménage soit propriétaire ou locataire : la propriété n'apporte pas d'utilité en soi [4].

Le modèle suppose également que les ménages ont des anticipations ponctuelles sur le prix futur du logement à la date $t+1$. L'utilité du ménage peut donc s'écrire $U(C_t, K_t, W_{t+1})$, où C_t est la consommation à la période courante du bien composite, K_t est le stock de capital logement à la période courante, et W_{t+1} est la richesse nette du ménage au début de la période $t+1$. On suppose U strictement quasi-concave, croissante, deux fois dérivable en ses trois arguments, et satisfaisant les conditions d'INADA habituelles :

$$U(0,.,.) = U(.,0,.) = U(.,.,0) = -\infty,$$

$$U_1(0,.,.) = U_2(.,0,.) = U_3(.,.,0) = +\infty,$$

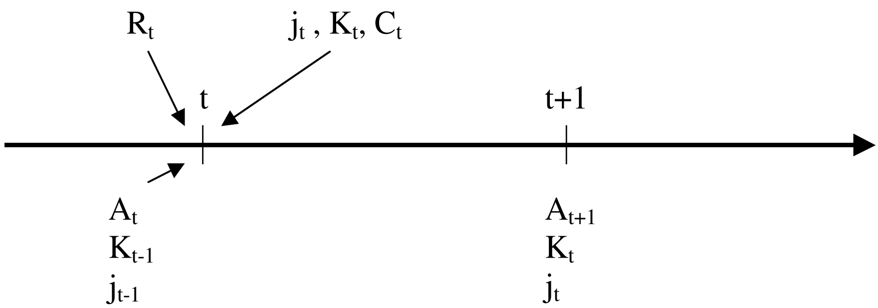
$$U_1(+\infty,.,.) = U_2(.,+\infty,.) = U_3(.,.,+\infty) = 0.$$

Ces conditions assurent l'existence d'une solution intérieure, ayant tous ses arguments strictement positifs. En particulier, elles imposent implicitement la contrainte de liquidité $W_{t+1} > 0$: le ménage ne peut s'endetter au-delà de sa richesse en bien immobilier (s'il en possède).

Cette spécification de l'utilité suppose que les ménages se préoccupent seulement du niveau de leur richesse à la date $t+1$, et non de la composition de cette richesse en termes de logement et d'actif de marché. Par rapport à un modèle complet de cycle de vie, les agents sont donc supposés myopes, puisqu'ils n'ont que deux périodes en tête : la période courante, et l'ensemble de leur vie comme deuxième période. Cette hypothèse très forte est sans doute raisonnable empiriquement au sens où il est probable que la plupart des ménages n'anticipent pas leurs besoins futurs en logement à très long terme. Cette hypothèse de myopie permet également de résoudre le modèle analytiquement. Les conséquences sur les résultats du modèle de cette simplification par rapport à une hypothèse de rationalité complète des agents sont discutées dans la section 5.

4. L'hypothèse inverse pourrait être défendue. Les locataires sont soumis à certaines limites dans l'aménagement et les modifications d'un logement. Un stock donné de capital logement peut donc être mieux « utilisé » par un propriétaire que par un locataire. Cet effet peut être modélisé par une fonction de production de service logement à la BECKER [1965], le statut d'occupation intervenant comme une externalité (HENDERSON et IOANNIDES [1983]). Cet aménagement ne modifie pas fondamentalement les enseignements de notre modèle.

FIGURE 1
Timing du modèle



2.2 Coûts de mobilité et de transaction

Dans notre modèle, la seule manière pour le ménage de changer son stock de capital logement consiste à déménager. Les ménages souhaitent ajuster leur capital logement du fait de changements dans leur composition familiale (mises en couple et séparations, naissances, départ des enfants du foyer parental), et d'évolution de la richesse et des revenus par rapport à la date d'emménagement dans le logement. La mobilité résidentielle (au sens « changement de logement ») est donc le reflet d'une inadéquation du logement aux besoins présents du ménage. Nous ne considérons pas dans cet article une explication couramment avancée à la mobilité résidentielle, à savoir des opportunités d'emploi différentes selon les localisations. Ceci permet de travailler avec des revenus exogènes. Empiriquement, en France, environ la moitié des changements de logement au cours d'une période donnée se font à l'intérieur d'une même commune ; à l'autre extrémité, 10 % des ménages changent de région tous les dix ans. La plupart des changements de domicile de courte distance ne s'accompagnent pas d'un changement d'emploi. Notre modèle est donc *a priori* pertinent pour décrire une grande partie des flux de mobilité résidentielle. De plus, nous sommes avant tout concernés par la stratégie des ménages relative à la propriété. Comme les transitions des ménages de la location à la propriété se font principalement à l'intérieur d'une même zone d'emploi, un cadre d'analyse avec revenu exogène ne paraît pas aberrant. L'ajout de revenus endogènes au modèle est discuté en section 5.

On suppose l'existence d'un coût de déménagement strictement positif R_0. L'arbitrage du ménage est alors le suivant : s'il reste dans son logement à la période courante, son choix consiste à décider de la répartition optimale de sa richesse entre sa consommation aujourd'hui et sa richesse demain. S'il déménage, il peut également ajuster son stock de logement, mais au prix d'une diminution globale de ses ressources, à cause du coût de mobilité. Si le ménage décide de changer de logement, il peut décider de devenir propriétaire ou locataire. L'achat d'un logement est soumis à un coût de transaction proportionnel égal à λ fois le prix de vente du logement[5] ; autrement dit, le nouveau propriétaire paye un coût de mobilité total égal à $R_0 + \lambda p_t K_t$, alors que le nouveau locataire paye seulement le coût de mobilité R_0.

Pour la suite de l'exposé, nous notons $\widetilde{p}_t = (1 + \lambda) p_t$, le prix unitaire à l'achat du capital logement.

2.3 Problème du ménage

Sous ces hypothèses, à la date t, le ménage doit choisir entre trois possibilités :

– rester dans son logement. Son stock de logement reste alors égal à K_{t-1}, et son statut d'occupation ne change pas : $j_t = j_{t-1}$.

– déménager et devenir locataire de son logement. Il paye alors le coût fixe de mobilité.

– déménager et devenir propriétaire de son logement. Il paye alors le coût fixe de mobilité et le coût de transaction proportionnel[6].

Ce choix discret du ménage est résumé par une variable de choix d, qui prend les valeurs r (rester), l (déménager et devenir locataire), p (déménager et devenir propriétaire). Formellement, si U_r^*, U_l^*, U_p^* désignent les utilités optimales dans chaque cas, le choix du ménage est la solution du problème

$$d = \underset{d \in \{r,l,p\}}{\arg\max} \left[U_d^* \right] \tag{1}$$

Pour résoudre le modèle, il suffit donc de calculer les utilités optimales correspondant aux trois décisions possibles.

2.4 Contraintes de budget associées aux décisions du ménage

Les contraintes de budget sous lesquelles le ménage doit résoudre le problème (1) ne sont pas les mêmes, selon qu'il est locataire ou propriétaire au début de la période t. Nous considérons d'abord le cas d'un ménage locataire de son logement à la période $t - 1$. La discussion du modèle pour les anciens propriétaires est qualitativement la même ; les résultats s'y rapportant seront discutés à la section 2.6.

Il est commode d'introduire, suivant l'habitude de la littérature de la consommation, la variable de « liquidités totales » (cash in hands) au début de la période t, $x_t \equiv W_t + R_t$.

5. Dans la réalité, le coût de transaction est une fonction constante par morceaux et décroissante du montant de l'achat.

6. En théorie, il faudrait également considérer la possibilité pour un ménage de changer de statut d'occupation tout en restant dans le même logement. Empiriquement, cette situation est très rare. Selon l'enquête Logement 1996, 2,8 % des ménages étaient propriétaires d'un logement qu'ils avaient auparavant occupé en tant que locataires.

Dans toute la suite, on suppose également que les hypothèses suivantes sont satisfaites :

$$x_t > \rho_t K_{t-1}, \tag{2}$$

$$x_t > R_0. \tag{3}$$

Ces conditions assurent que tous les choix sont possibles pour le ménage : la première énonce que le ménage n'est pas contraint de déménager du fait d'un logement trop grand pour ses capacités financières, la deuxième que les coûts de mobilité ne sont pas trop élevés pour contraindre le ménage à rester dans le logement qu'il occupe.

– si le ménage décide de rester dans son logement, sa contrainte de budget s'écrit :

$$W_{t+1} = (1 + r_a)(x_t - C_t - \rho_t K_{t-1})$$

L'hypothèse (2) assure que l'ensemble de budget correspondant est non vide.

– si le ménage décide de déménager en restant locataire, sa contrainte de budget s'écrit :

$$W_{t+1} = (1 + r_a)(x_t - R_0 - C_t - \rho_t K_t)$$

La condition (3) assure que l'ensemble de budget correspondant est non vide.

– si le ménage décide de déménager et de devenir propriétaire, il achète un stock de logement K_t au prix $(1 + \lambda)p_t K_t = \widetilde{p}_t K_t$. Cet achat est financé sur ses actifs, de sorte que $A_{t+1} = (1 + r_a)(x_t - R_0 - C_t - \widetilde{p}_t K_t)$ (en l'absence de contraintes d'emprunt, le ménage peut emprunter au taux r_a de l'actif sans risque). Sa richesse à la date $t + 1$ est par définition égale à $W_{t+1} = A_{t+1} + p_{t+1} K_t$.

Posons $\widetilde{\pi}_t \equiv \widetilde{p}_t - \dfrac{p_{t+1}}{1 + r_a}$. $\widetilde{\pi}_t$ est le coût d'usage anticipé du capital pour les propriétaires accédants. Nous supposons dans la suite de l'article que ce coût anticipé est toujours strictement positif[7], pour éviter les problèmes de demande infinie. $\widetilde{\pi}_t$ peut alors être traité comme un prix. La contrainte de budget s'écrit :

$$W_{t+1} = (1 + r_a)(x_t - R_0 - C_t - \widetilde{\pi}_t K_t) \tag{4}$$

2.5 Résolution du modèle sans contraintes d'emprunt

Notons

$$\begin{aligned} V(x,\mu) = \max_{C,K,W_{t+1}} U\left(C,K,W_{t+1}\right) \\ \text{s.c.}\, W_{t+1} = (1 + r_a)(x - C - \mu K) \end{aligned} \tag{5}$$

7. Ceci n'empêche pas que le coût d'usage constaté *ex post* par le ménage soit négatif, du fait d'une augmentation importante des prix du logement entre les deux périodes.

la fonction d'utilité indirecte correspondant à U[8],
et

$$(6) \quad \begin{aligned} V_{\overline{K}}(x,\mu) &= \max_{C,W_{t+1}} U\left(C,\overline{K},W_{t+1}\right) \\ \text{s.c.}\, W_{t+1} &= (1+r_a)\left(x - C - \mu\overline{K}\right) \end{aligned}$$

l'utilité associée au problème correspondant à l'optimisation selon toutes les quantités excepté le stock de capital logement, fixé à $\overline{K}$.

Alors, les trois utilités correspondant aux différents choix possibles pour le ménage s'écrivent :

$$(7) \quad U_r^* = V_{K_{t-1}}(x_t,\rho_t), U_l^* = V(x_t - R_0,\rho_t), U_p^* = V(x_t - R_0,\widetilde{\pi}_t)$$

Examinons d'abord le choix entre location et propriété en cas de déménagement.

PROPOSITION 1 : *En l'absence de contraintes d'emprunt, le ménage choisira la location de préférence à la propriété en cas de déménagement si et seulement si le loyer unitaire ρ_t est inférieur au coût d'usage anticipé du capital $\widetilde{\pi}_t$.*

DÉMONSTRATION : *La condition $U_l^* > U_p^*$ est équivalente à $V(x_t - R_0,\rho_t) > V(x_t - R_0,\widetilde{\pi}_t)$. La fonction d'utilité indirecte étant dans notre cas une fonction strictement décroissante du prix du logement, cette condition est réalisée si et seulement si $\rho_t < \widetilde{\pi}_t$.* ■

Ce résultat est classique (voir par exemple HENDERSON et IOANNIDES [1983]) : c'est la comparaison du loyer et du coût d'usage du logement en propriété occupante qui détermine le choix entre propriété et location. A ce point de l'exposé, il est utile de signaler que *la proposition 1 reste parfaitement valide dans un modèle incluant la fiscalité, sur les revenus et sur la propriété foncière bâtie*. Dans ce cas, seule la formule donnant le coût d'usage du capital change. Cette propriété est intéressante, dans la mesure où dans un grand nombre de pays, la propriété occupante fait l'objet de dispositions fiscales avantageuses dont la non-taxation des loyers fictifs des propriétaires occupants[9], qui constituent pour les ménages une puissante incitation à préférer la propriété à la location. Dans notre modèle de base, le coût d'usage du capital rapporté au prix du logement s'écrit $\frac{\widetilde{\pi}_t}{p_t} = \lambda + \frac{1}{1+r_a}[r_a - q]$, où q est le taux de croissance anticipé du prix du logement entre deux périodes. Il est aisé de montrer (calcul disponible auprès des auteurs) qu'en présence de

8. Strictement parlant, V dépend également du prix des biens de consommation aujourd'hui, fixé à 1, et du prix de la richesse demain, égal à $1/(1+r_a)$.
9. Il faut également mentionner la déduction des intérêts d'emprunt immobilier du revenu imposable, pratiquée aux Etats-Unis, et jusqu'à une date récente en France sous certaines conditions.

taxation des revenus (incluant les revenus du patrimoine hors logement) à un taux τ, et si les taxes sont perçues en fin de période, la contrainte de budget du ménage propriétaire est formellement analogue à (4), en remplaçant $[r_a - q]$ par $[(1-\tau)r_a - q]$ dans la formule donnant le coût d'usage. La non-taxation des loyers fictifs a pour effet d'abaisser le coût d'opportunité du capital logement et donc le coût d'usage du capital [10].

Intéressons-nous maintenant au choix entre déménager en restant locataire et rester dans le logement occupé à la date précédente. Ce choix repose sur la comparaison des utilités U_l^* et U_r^*. Notons que si les coûts de mobilité étaient nuls, le ménage ajusterait à chaque période son stock de capital logement, comme dans un modèle à deux biens non durables. Le fait de rester dans le logement occupé à la période précédente engendre en effet une perte d'utilité. Introduisons l'utilité (virtuelle) $V\,(x_t, \rho_t)$ que pourrait atteindre le ménage en l'absence de coûts de mobilité, et la solution optimale associée, (C^*, K^*, W^*).

La différence $U_l^* - U_r^*$ peut être décomposée en deux termes :

$$U_l^* - U_r^* = [V\,(x_t - R_0, \rho_t) - V\,(x_t, \rho_t)] + \left[V\,(x_t, \rho_t) - V_{K_{t-1}}\,(x_t, \rho_t)\right].$$

Le premier terme est toujours négatif et représente la perte d'utilité due aux coûts de déménagement. Le deuxième terme est toujours positif, et représente le gain associé à l'ajustement du capital logement. Le choix de mobilité dépend donc de l'importance relative de ces deux termes.

Lorsque les coûts de déménagement sont petits, le premier terme est une fonction linéaire des coûts de déménagement. En effet,

$$V\,(x_t - R_0, \rho_t) - V\,(x_t, \rho_t) = -R_0 V_x\,(x_t, \rho_t) + o(R_0).$$

Etudions le deuxième terme, lorsque K_{t-1} est voisin de K^*. On montre en annexe que l'on a :

$$V\,(x_t, \rho_t) - V_{K_{t-1}}\,(x_t, \rho_t) = \kappa\left(K_{t-1} - K^*\right)^2 + o(\left(K_{t-1} - K^*\right)^2),$$

où κ est strictement positif et dépend des dérivées de la fonction d'utilité et des prix [11].

Finalement, nous obtenons :

---

10. Si l'on inclut de plus dans le modèle la dépréciation du capital à un taux d, et une taxe foncière à un taux τ_p (censée s'appliquer à la valeur du bien immobilier), le coût d'usage comprend alors le terme $\left[(1-\tau)r_a - q + d + \tau_p\right]$ au lieu de $[r_a - q]$. On retrouve (aux frais de transaction près) une formule du type de celles utilisées dans la littérature américaine (voir ROSEN [1985] pour une revue).
11. En remarquant que la contrainte de budget est la même pour les deux problèmes (5) et (6), l'étude de ce terme est formellement analogue à celle des variations de production d'une entreprise au voisinage de l'optimum, à coût de production inchangé (voir par exemple VARIAN, p. 51-52). Dans ce cas, la variation de production est une fonction quadratique des écarts des inputs par rapport à l'optimum.

PROPOSITION 2 : *Lorsque les coûts de déménagement sont faibles par rapport à la richesse initiale et que le stock de capital correspondant au logement occupé à la date précédente est voisin du stock optimal, la différence d'utilité entre déménager en restant locataire et rester dans son logement peut être approximée par*

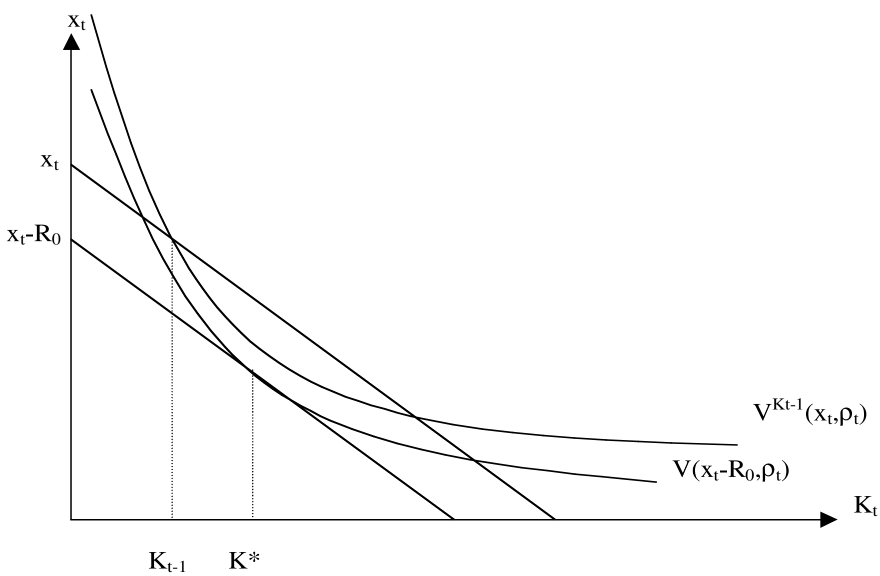
$$U_l^* - U_r^* \simeq -R_0 V_x (x_t, \rho_t) + \kappa \left(K_{t-1} - K^*\right)^2 \tag{8}$$

où K^* désigne la valeur optimale du capital en cas de déménagement vers la location lorsque les coûts de mobilité sont nuls, et κ est strictement positif.

Sous cette forme, on obtient une « règle (*s, S*) » familière à la littérature de l'investissement productif : la perte d'utilité associée à un stock de capital non optimal est proportionnelle au carré de l'écart par rapport à l'optimum ; lorsque cet écart fait plus que compenser l'impact des coûts fixes, il devient optimal d'ajuster le stock de capital [12]. L'arbitrage conduisant à la règle (*s, S*) est représenté en deux dimensions sur la figure 2.

FIGURE 2

Arbitrage entre rester dans le logement occupé à la période précédente et déménager en étant locataire du nouveau logement ; cas du locataire à la période $t-1$



12. Cette règle est, à notre connaissance, peu mentionnée dans la littérature théorique sur le logement, des exceptions étant les articles de VENTI et WISE [1984], et GROSSMAN et LAROQUE [1990]. BOEHM, HERZOG et SCHLOTTMANN [1991] font allusion à une règle de ce type, mais sans référence précise à un modèle de maximisation d'utilité.

Il convient d'insister sur le fait que la règle (*s, S*) dérivée ici n'est valable que localement. En particulier, on peut s'interroger sur la signification économique d'un développement limité autour d'une valeur optimale du capital, puisque le modèle dit justement que les ménages n'ajustent leur capital qu'à certaines dates [13]. Résoudre cette difficulté demanderait un modèle dynamique. Dans un tel cadre, la valeur de K_{t-1} dépendrait elle-même des coûts de déménagement, et il faudrait montrer que K_{t-1} est d'autant plus proche de K^* que les coûts de déménagement sont petits. Ceci n'apparaît pas dans notre modèle statique.

La règle (*s, S*) correspond à l'intuition économique. Mais lorsque les coûts fixes de déménagement ne sont plus négligeables par rapport à la liquidité totale en début de période, d'autres cas peuvent se produire (voir la section 4 pour la discussion d'un cas où le modèle est complètement résolu).

Enfin, considérons le choix entre déménager pour devenir propriétaire et rester dans le logement occupé à la date précédente. On a :

$$U_p^* - U_r^* = V\left(x_t - R_0, \widetilde{\pi}_t\right) - V_{K_{t-1}}\left(x_t, \rho_t\right)$$
$$= \left[V\left(x_t - R_0, \widetilde{\pi}_t\right) - V\left(x_t - R_0, \rho_t\right)\right] + \left[V\left(x_t - R_0, \rho_t\right) - V\left(x_t, \rho_t\right)\right]$$
$$+ \left[V\left(x_t, \rho_t\right) - V_{K_{t-1}}\left(x_t, \rho_t\right)\right].$$

Par rapport au cas de la mobilité location-location, ce cas comprend un terme supplémentaire, reflétant l'arbitrage entre propriété et location. Ce terme est de même signe que celui de la différence $(\widetilde{\pi}_t - \rho_t)$, indéterminé *a priori*.

2.6 Le cas des anciens propriétaires

Pour traiter le cas des anciens propriétaires, il suffit d'adapter les contraintes de budget dérivées à la section 2.3. Les contraintes en cas de mobilité ne changent pas. L'arbitrage entre location et propriété en cas de déménagement est donc le même que pour les anciens locataires, et la proposition 1 s'applique telle quelle aux anciens propriétaires.

La contrainte de budget en l'absence de déménagement s'écrit $W_{t+1} = (1 + r_a)(x_t - C_t - \pi_t K_{t-1})$, avec $\pi_t \equiv p_t - \dfrac{p_{t+1}}{1 + r_a}$, coût d'usage de la propriété pour les propriétaires occupants. Ce coût d'usage est strictement inférieur à celui des nouveaux propriétaires, car n'y figurent pas les coûts de transaction. L'utilité optimale du ménage lorsqu'il ne déménage pas est donc égale à $U_r^* = V_{K_{t-1}}(x_t, \pi_t)$. Par analogie avec la section précédente, on peut décomposer les différences d'utilités de la manière suivante :

$$U_l^* - U_r^* = \left[V\left(x_t - R_0, \rho_t\right) - V\left(x_t, \rho_t\right)\right] + \left[V\left(x_t, \pi_t\right) - V_{K_{t-1}}\left(x_t, \pi_t\right)\right]$$
$$+ \left[V\left(x_t, \rho_t\right) - V\left(x_t, \pi_t\right)\right],$$
$$U_p^* - U_r^* = \left[V\left(x_t - R_0, \widetilde{\pi}_t\right) - V\left(x_t, \widetilde{\pi}_t\right)\right] + \left[V\left(x_t, \pi_t\right) - V_{K_{t-1}}\left(x_t, \pi_t\right)\right]$$
$$+ \left[V\left(x_t, \widetilde{\pi}_t\right) - V\left(x_t, \pi_t\right)\right].$$

13. Nous remercions un rapporteur anonyme de nous avoir signalé ce point.

Ces deux différences comprennent, outre les termes de coût de mobilité et de gain d'ajustement, un terme supplémentaire. Dans le cas de la mobilité propriété-location, ce terme de signe indéterminé traduit l'arbitrage financier entre propriété et location. Dans le cas de la mobilité propriété-propriété, ce troisième terme $V(x_t, \widetilde{\pi}_t) - V(x_t, \pi_t)$ est toujours négatif et représente un « malus de mobilité » associé aux coûts de transaction. Selon les valeurs numériques et l'importance relative des différents termes, on pourra observer une règle (*s, S*) analogue à celle des transitions location-location, ou d'autres cas (voir l'exemple analytique de la section 5). Le modèle permet donc de rendre compte d'un fait empiriquement bien documenté : le statut d'occupation *ex ante* a une influence sur la mobilité, les ménages propriétaires déménageant moins que les autres ménages, *ceteris paribus* (voir BÖHEIM et TAYLOR [1999], et dans le cas français, GOBILLON [2001]).

En conclusion, nous avons montré que le modèle de base se réduit peu ou prou à deux arbitrages : la comparaison du coût d'usage de la propriété et du loyer unitaire permet de choisir le statut d'occupation de prédilection en cas de mouvement ; la comparaison du stock optimal de capital logement au stock actuel, rapportée au coût fixe de mobilité, détermine l'opportunité de changer de logement.

3 Les contraintes d'emprunt

Nous introduisons maintenant les contraintes d'emprunt dans le modèle. Nous supposons que les locataires potentiels ne font face à aucune contrainte d'emprunt supplémentaire. En revanche, les propriétaires potentiels ont un accès limité au marché du crédit immobilier. En France, les contraintes imposées par les organismes prêteurs sont de deux ordres. Elles concernent tout d'abord l'apport personnel du ménage : le ménage ne peut emprunter plus d'une certaine fraction du prix de son achat (par exemple, 80 % du montant pour les prêts aidés PAP avant leur disparition). Les limitations portent aussi sur le taux d'effort du ménage, c'est-à-dire le rapport des remboursements (mensuels ou annuels) au revenu du ménage, les prêteurs s'assurant que le ménage ne consacre pas une part trop importante de son revenu (le critère le plus souvent retenu est de 30 %) au remboursement des emprunts. De manière générale, un agent donné ne peut emprunter plus qu'une valeur plafond $M_{\max}$, déterminée par les prêteurs en fonction de ses caractéristiques individuelles [14]. La valeur maximale mobilisable par l'agent pour l'achat d'un logement est alors égale à $V_{\max} = W_t + M_{\max}$. Elle correspond à un stock de capital logement égal à $K_{\max} = \frac{1}{\widetilde{p}_t} V_{\max}$.

14. Dans cet article, nous ne modélisons pas le comportement des prêteurs. Une telle modélisation pourrait permettre de dériver, entre autres, une forme explicite pour la valeur plafond en fonction des caractéristiques des ménages.

Nous faisons l'hypothèse que les agents ont accès à un seul type de prêts, de durée N années, à remboursements constants, au taux annuel constant r, et pour un montant M ne devant pas excéder $M_{\max}$. En notant P le montant annuel des remboursements, nous avons $P = \tilde{r}M$ où $\tilde{r} = r\dfrac{(1+r)^N}{(1+r)^N - 1}$.

Supposons que le ménage achète un logement d'une valeur V. Il finance cet achat par un emprunt de montant M, et un apport personnel de montant D, de sorte que $V = \widetilde{p}_t K_t = M + D$. En supposant que le premier remboursement survient à la période t, l'évolution de l'actif sans risque pour un accédant à la propriété entre les dates t et $t+1$ s'écrit :

$$A_{t+1} = (1 + r_a)(x_t - R_0 - C_t - D - P) - (M - P)(1 + r)$$

La richesse totale au début de la période $t+1$ est égale à :

$$\begin{aligned} W_{t+1} &= A_{t+1} + p_{t+1}K_t \\ &= (1 + r_a)(x_t - R_0 - C_t - \widetilde{\pi}_t K_t) + (r_a - r)M(1 - \tilde{r}) \end{aligned}$$

La composition du financement de l'achat est une variable de choix du ménage. Le ménage doit choisir le montant de l'emprunt M qui rend la contrainte de budget la plus souple possible. Compte tenu de la forme de la contrainte de budget, le problème se réduit à trois cas simples : si $r_a < r$, le ménage a intérêt à emprunter le moins possible, car l'emprunt lui coûte plus cher que ce que rapporte l'actif sans risque. Au contraire, si $r_a > r$, le ménage a intérêt à saturer sa contrainte d'emprunt et à garder le plus possible d'actif de marché, qui lui rapporte davantage. Enfin, lorsque $r = r_a$, le montant de l'emprunt disparaît de la contrainte budgétaire. Empiriquement, la comparaison entre le taux d'intérêt des emprunts immobiliers et celui des actifs de marché (y compris les actifs risqués) varie dans le temps et entre les pays. Aux Etats-Unis, compte tenu des importantes dispositions fiscales en faveur de la propriété, le régime $r < r_a$ semble prévaloir, et les accédants ont financièrement intérêt à s'endetter pour financer l'acquisition de leur logement. Cela est d'autant plus vrai que l'emprunt immobilier est moins difficile à obtenir que des emprunts à la consommation ; acheter un logement est alors le seul moyen de s'endetter. Pour une illustration intéressante de ce phénomène, voir FLAVIN et YAMASHITA [2002]. Dans le cas français, l'analyse est plus mitigée (voir LE BLANC et LAGARENNE [2000]). Par la suite, nous adopterons l'hypothèse simplificatrice d'égalité des taux :

$$r = r_a$$

L'équation d'évolution de la richesse pour les propriétaires occupants suit alors la même forme générique que dans la section précédente :

$$W_{t+1} = (1 + r_a)(W_t + R_t - R_0 - C_t - \widetilde{\pi}_t K_t) \tag{9}$$

Comment les contraintes d'emprunt modifient-elles les arbitrages décrits à la section précédente ? Notons d'abord que U_r^* et U_l^* ne sont pas modifiées par les contraintes. En revanche, les contraintes d'emprunt jouent négativement sur U_p^*, qui devient égale à :

(10) $$U_p^* = \min(V\,(x_t - R_0,\widetilde{\pi}_t)\,, V_{K_{\max}}\,(x_t - R_0,\widetilde{\pi}_t)).$$

Le premier terme du minimum correspond au cas où le ménage n'est pas contraint, le deuxième au cas où il est contraint. Dans ce dernier cas, le ménage achète un logement correspondant au stock maximal $K_{\max}$ [15]. Le même raisonnement qu'à la section 2.5 permet d'obtenir un développement limité de $V\,(x_t - R_0,\widetilde{\pi}_t) - V_0\,(x_t - R_0, K_{\max},\widetilde{\pi}_t)$ par rapport à $K_{\max}$ au voisinage de K_{nc}^*, capital optimal qui serait choisi par le ménage en l'absence de contrainte :

$$\begin{aligned}&V\,(x_t - R_0,\widetilde{\pi}_t) - V_{K_{\max}}\,(x_t - R_0,\widetilde{\pi}_t)\\&= \xi(K_{\max} - K_{nc}^*)^2 + o((K_{\max} - K_{nc}^*)^2),\end{aligned}$$

avec $\xi > 0$, dépendant des dérivées secondes de l'utilité et des prix. On en déduit par exemple, pour $\widetilde{\pi}_t$ et ρ_t voisins [16] :

(11)
$$U_l^* - U_p^* \simeq (\widetilde{\pi}_t - \rho_t)\,V_\mu\,(x_t - R_0,\widetilde{\pi}_t) + 1_{(K_{\max} < K_{nc}^*)}.\xi(K_{\max} - K_{nc}^*)^2$$

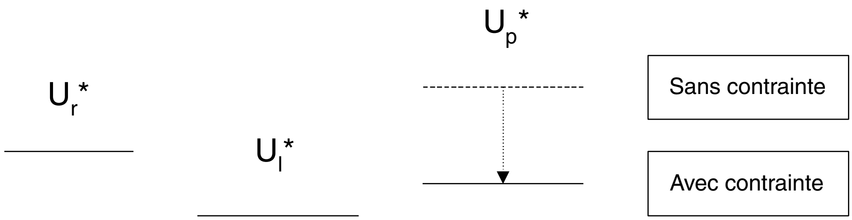
PROPOSITION 3 : *Les contraintes d'emprunt ont pour effet de diminuer l'utilité optimale associée au déménagement vers la propriété. Lorsque la contrainte est effective et que le capital maximal $K_{\max}$ n'est pas trop éloigné du stock optimal de capital qui serait choisi par le ménage en l'absence de contrainte K_{nc}^*, la perte d'utilité due aux contraintes est approximativement quadratique en la différence $(K_{\max} - K_{nc}^*)$.*

La figure 3 permet de visualiser l'impact des contraintes d'emprunt sur le choix discret du ménage dans deux cas de figure. Dans le premier cas représenté, en l'absence de contraintes d'emprunt, $U_p^* > U_r^* > U_l^*$. Lorsque la contrainte devient plus forte, le ménage préfère rester dans son logement actuel. Dans le second cas, $U_p^* > U_l^* > U_r^*$. Le ménage choisit de déménager pour devenir propriétaire. Lorsque la contrainte devient plus forte, U_p^* diminue ; au-delà d'une certaine valeur, U_p^* devient inférieur à U_l^* et le ménage préfère déménager pour devenir locataire. Empiriquement, les contraintes d'emprunt jouent donc à la fois sur le choix de statut d'occupation des ménages mobiles, mais aussi sur la mobilité elle-même. Ce fait a été négligé par une grande partie de la littérature empirique sur le sujet (voir par exemple LINNEMAN and WACHTER [1989] ; LINNEMANN, WACHTER, MEGBOLUGBE and CHO [1997] ; LAFAYETTE, HAURIN and HENDERSHOTT [1997] ; HAURIN, HENDERSHOTT and WACHTER [1997]) [17].

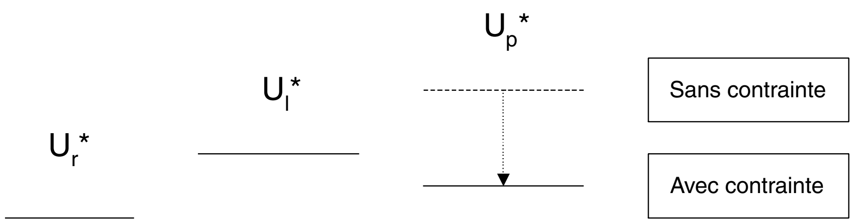
---

15. Cette observation évidente a été négligée dans la plupart des études empiriques sur le choix de statut et les contraintes d'emprunt citées en référence.
16. La notation $1_{(.)}$ désigne la fonction indicatrice.
17. En particulier, les estimations de l'impact exogène d'un desserrement ou d'un resserrement des contraintes sur les flux d'accession à la propriété données dans ces articles sont donc erronées.

FIGURE 3
Impact des contraintes d'emprunt sur les choix discrets du ménage



Utilités optimales associées aux choix discrets
et impact des contraintes d'emprunt: cas 1



Utilités optimales associées aux choix discrets
et impact des contraintes d'emprunt: cas 2

4 Un exemple analytique

Pour aller plus loin dans la compréhension du modèle, nous aimerions pouvoir dériver les choix discrets des ménages de leur position dans la distribution des variables qui déterminent l'hétérogénéité des agents dans ce modèle, à savoir le statut d'occupation et le stock de capital associés au logement occupé à la période $t-1$, le revenu, la richesse et les coûts anticipés de la propriété à la période courante, $(j_{t-1}, K_{t-1}, R_t, W_t, \widetilde{\pi}_t)$ [18]. Pour cela, nous utilisons un exemple analytique qui permet la résolution exacte du modèle. Nous supposons que l'utilité est de la forme

$$U = \alpha \ln C_t + (1-\alpha)\ln K_t + \delta \ln W_{t+1}$$

Nous supposons également que la seule contrainte d'emprunt imposée au ménage consiste en des remboursements n'excédant pas une fraction e du revenu du ménage. Cette contrainte est courante, à la fois dans la littérature empirique et dans la réalité. Ainsi, en France, la valeur de e est fixée par la

18. L'hétérogénéité des agents pourrait également porter sur les coûts de déménagement et les préférences. Ces cas ne sont pas pas examinés en détail ici.

plupart des organismes de crédit, publics ou privés, aux alentours de 30 %[19]. Sous l'hypothèse d'un prêt à remboursements constants, le calcul de la valeur maximale finançable par le ménage se réduit au problème suivant :

$$\begin{cases} \operatorname{Max} V = A + M \\ A \leqslant W_t, \dfrac{\widetilde{r} M}{R_t} \leqslant e \end{cases}$$

dont la solution est donnée par

$$V_{\max} = W_t + \frac{e}{\widetilde{r}} R_t.$$

4.1 Choix discrets des ménages

Les choix discrets des ménages reposent sur la comparaison des utilités optimales dans chaque alternative U_p^*, U_l^* et U_r^*, ou, ce qui revient au même, à la comparaison des différences de ces utilités deux à deux. Les utilités optimales et les consommations optimales associées s'obtiennent sans difficulté dans le cas d'une fonction COBB-DOUGLAS (voir annexe). Les valeurs optimales de capital logement en cas de déménagement s'écrivent

$K_l^* = \dfrac{1-\alpha}{(1+\delta)\,\rho_t}(x_t - R_0)$ pour la location,

$K_{nc}^* = \dfrac{1-\alpha}{(1+\delta)\,\widetilde{\pi}_t}(x_t - R_0)$ pour la propriété lorsque la contrainte d'emprunt n'est pas saturée,

$K_c^* = K_{\max}$, pour la propriété lorsque la contrainte d'emprunt est saturée.

La différence des utilités optimales associées au fait de ne pas déménager et déménager vers la location s'écrit :

(12)

$$U_l^* - U_r^* = -(\alpha+\delta)\ln\left(\frac{1-\alpha}{\alpha+\delta}\right) - (\alpha+\delta)\ln\left[\left(\frac{1+\delta}{1-\alpha}\right)\frac{K_l^*}{K_{t-1}} + \frac{R_0}{\rho_t K_{t-1}} - \frac{\mu_t}{\rho_t}\right] + (1+\delta)\ln\left(\frac{K_l^*}{K_{t-1}}\right)$$

avec $\mu_t = \pi_t$ dans le cas d'un propriétaire à la date $t-1$, $\mu_t = \rho_t$ dans le cas d'un locataire à la date $t-1$.

La différence d'utilité optimale entre la location et la propriété en cas de déménagement s'écrit :

(13)

$$U_p^* - U_l^* = (1-\alpha)\ln\left(\frac{\rho_t}{\widetilde{\pi}_t}\right) + 1_{K_{\max} < K_{nc}^*}\cdot\left[(1-\alpha)\ln\left(\frac{K_{\max}}{K_{nc}^*}\right) + (\alpha+\delta)\ln\left[\frac{1+\delta}{\alpha+\delta} - \frac{1-\alpha}{\alpha+\delta}\left(\frac{K_{\max}}{K_{nc}^*}\right)\right]\right]$$

Nous insistons maintenant sur les principaux arbitrages du modèle.

19. La plupart des études empiriques prennent également en compte une contrainte d'apport personnel minimal. Cette article n'ayant pas d'ambition empirique, pour la simplicité de l'exposé, nous considérons uniquement les contraintes de remboursement maximal.

4.2 Opportunité d'une transition location-location

Nous considérons l'arbitrage entre déménager pour louer et rester dans le logement de la période précédente pour un locataire à la date $t-1$, les résultats étant qualitativement identiques pour les anciens propriétaires. D'après la formule (12), la différence d'utilité associée à cette transition peut s'écrire comme une fonction du capital optimal K_l^*, $U_l^* - U_r^* = f(K_l^*)$. Naturellement, $f(K_{t-1}) < 0$, ce qui reflète le fait qu'un déménagement est sous-optimal pour le ménage si le stock de capital dans le nouveau logement est identique à celui du logement actuel. Deux situations doivent être distinguées.

PROPOSITION 4 : *Dans le cadre du modèle de la section 4, lorsque les coûts de déménagement sont inférieurs au loyer de la période $t-1$, soit $R_0 < \rho_t K_{t-1}$, il existe deux valeurs α et β, telles que, si le stock optimal K_l^* est compris entre α et β, le ménage préfère rester dans son logement actuel, et si K_l^* est en dehors de l'intervalle $[\alpha, \beta]$, le ménage préfère déménager vers la location.*

DÉMONSTRATION : *voir annexe.* ■

On retrouve, de manière globale cette fois, la règle (*s,S*). Les figures 4 et 4 bis illustrent cette situation. Lorsque le rapport des coûts de mobilité au loyer actuel augmente, la bande d'inaction du ménage s'élargit.

Pour les anciens propriétaires, la proposition 4 doit être adaptée en tenant compte de l'arbitrage entre loyer et coût d'usage. Il faut distinguer deux cas. Si $\pi_t > \rho_t + \dfrac{R_0}{K_{t-1}}$, la mobilité est toujours préférable. Si $\pi_t < \rho_t + \dfrac{R_0}{K_{t-1}}$, on obtient à nouveau une règle (s, S).

TABLEAU 1
Paramètres du modèle pour les figures

r	0,07	$\tilde{\pi}_t/\rho_t$	0,98, 0,99 ou 1
e	0,3	$R_0/\rho_t K_{t-1}$	0,1, 0,2 ou 0,3
δ	1	$\tilde{\pi}_t/p_t$	0,1
α	0,7		

FIGURE 4
Illustration de la règle (s, S) : Différence entre les utilités optimales associées à rester dans le logement précédent et à déménager vers la location (cas d'un locataire en $t-1$***)***

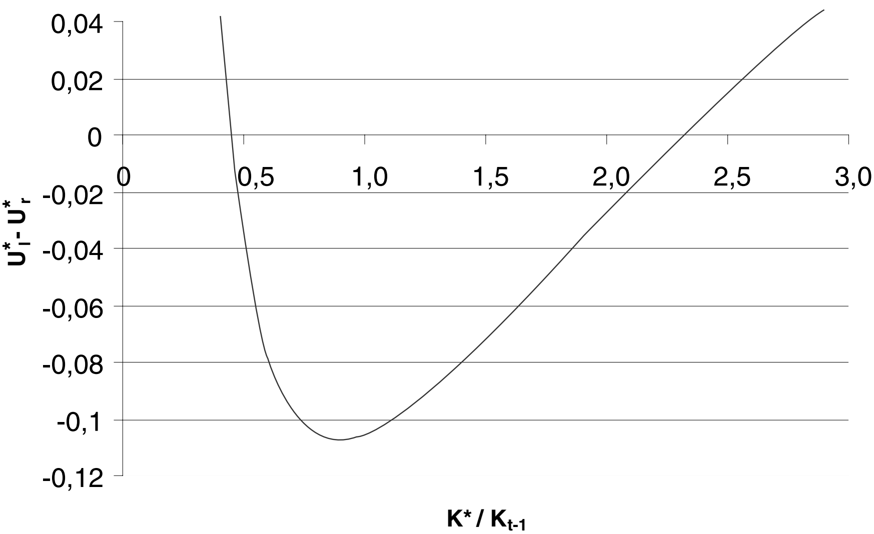
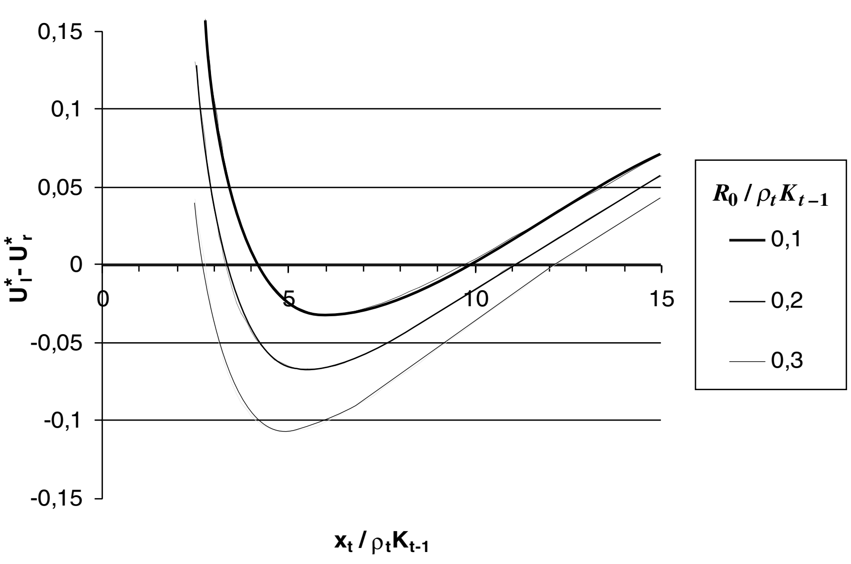


FIGURE 4BIS
Variation de la règle (s, S) avec les coûts de mobilité (cas d'un locataire en $t-1$***)***



PROPOSITION 5 : *Dans le cadre du modèle de la section 4, lorsque les coûts de déménagement sont supérieurs au loyer actuel,* $R_0 > \rho_t K_{t-1}$*, la différence d'utilité* $U_l^* - U_r^*$ *est croissante en* K_l^**. Il existe une unique valeur* $\gamma > K_{t-1}$ *telle que, si* $K_l^* < \gamma$*, le ménage préfère rester dans son logement actuel, et si* $K_l^* > \gamma$*, il préfère déménager vers la location.*

DÉMONSTRATION : *voir annexe.* ■

Dans ce cas, les coûts de mobilité trop élevés empêchent le ménage d'ajuster son stock de logement. Ce cas a peu d'intérêt économique ; il provient avant tout du fait que nous ne considérons que deux périodes. Cependant, il pourrait s'appliquer dans la réalité aux ménages dont l'horizon d'optimisation est court, c'est-à-dire les personnes âgées.

La proposition 5 s'applique aux anciens propriétaires, en changeant ρ_t en π_t.

4.3 Choix entre propriété et location en cas de déménagement

Nous nous intéressons maintenant plus particulièrement au choix entre propriété et location en cas de mobilité, gouverné par l'équation (13), et cherchons à quantifier l'impact de la contrainte sur le choix du ménage entre propriété et location. Pour simplifier les calculs, nous supposons dans cette section que le coût fixe de mobilité est nul.

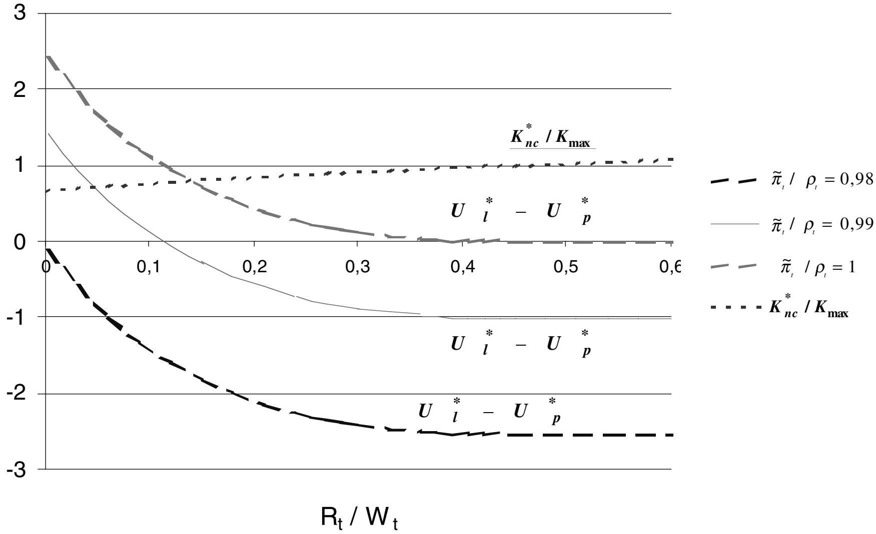
PROPOSITION 6 : *Dans le cadre du modèle de la section 4, il existe un réel* $\overline{\pi}$ *inférieur à* ρ_t*, tel que le choix de l'agent entre propriété et location en cas de déménagement est gouverné par les règles suivantes : lorsque* $\widetilde{\pi}_t > \rho_t$*, la location est préférable à la propriété quelles que soient les valeurs du revenu et de la richesse. Dans le cas où* $\overline{\pi} \leqslant \widetilde{\pi}_t \leqslant \rho_t$*, le choix entre propriété et location dépend de la valeur du rapport du revenu et de la richesse du ménage, l'agent étant d'autant plus contraint que ce rapport est petit. Enfin, lorsque* $\widetilde{\pi}_t < \overline{\pi}$*, la propriété est toujours préférable à la location.*

DÉMONSTRATION : *voir annexe.* ■

Les trois situations possibles sont représentées sur la figure 5, pour un jeu de valeurs des paramètres du modèle. La force de la contrainte décroît au fur et à mesure que le rapport revenu/patrimoine augmente. La contrainte cesse de jouer pour $R_t/W_t \simeq 0{,}44$. Au-delà de cette valeur, la différence d'utilité entre propriété et location est constante (voir l'équation (13)). Dans le cas limite $\dfrac{\widetilde{\pi}_t}{\rho_t} = 1$, la location domine toujours la propriété ; pour $\dfrac{\widetilde{\pi}_t}{\rho_t} = 0{,}99$, la location domine la propriété pour les ménages dont le ratio revenu/patrimoine est inférieur à $0{,}12$; pour $\dfrac{\widetilde{\pi}_t}{\rho_t} = 0{,}98$, la propriété est toujours préférable.

FIGURE 5

Choix entre propriété et location : différence entre les utilités optimales associées à devenir locataire et devenir propriétaire, en fonction du revenu et du patrimoine, selon la valeur de $\tilde{\pi}_r / \rho_r$ [20].



Donc, même dans ce modèle très simple, il est possible d'obtenir toutes les transitions résidentielles observées dans la réalité. L'importance relative de ces transitions dans une population hétérogène est gouvernée par la distribution de quelques variables-clefs. Cela est relativement satisfaisant dans une optique d'estimation du modèle sur des données réelles.

5 Discussion

Deux hypothèses de modélisation retenues dans cet article nous semblent mériter une discussion plus approfondie : la restriction à deux périodes, et l'hypothèse d'exogénéité des revenus.

Le modèle à deux périodes peut être vu comme un condensé d'un modèle de cycle de vie, où l'utilité intertemporelle s'écrirait de manière classique $\sum_{t=0}^{T} \delta^t U(C_t, K_t)$. Les équations d'évolution de la richesse de période à période sont les mêmes que dans notre modèle de base. En l'absence de contrainte d'emprunt, ce modèle a été introduit par IOANNIDES et KAN [1996]. Même en

20. Par simplicité, les coûts de mobilité sont supposés nuls pour les calculs dans cette figure.

l'absence de contraintes d'emprunt, il n'est pas soluble analytiquement. Les arbitrages entre propriété et location et les choix de mobilité sont difficiles à caractériser. Par exemple, à la date t, les anticipations de prix relatives à toutes les dates ultérieures, et non seulement à la date $t+1$, rentrent en compte dans la détermination du choix entre propriété et location. De même, à une date donnée, la composition de la richesse en termes d'actif sans risque et de logement aux périodes suivantes n'est plus indifférente, car la revente du logement fait perdre à l'agent le coût de mobilité. Lorsque les contraintes d'emprunt sont introduites dans ce modèle, l'agent doit tenir compte à la période courante de la possibilité que la contrainte d'emprunt soit saturée dans le futur (ZELDES [1989], MARIGER [1987]). Au total, ce modèle introduit un grand nombre de complications théoriques et empiriques (les données qui pourraient servir à l'estimer n'existent pas en France). Inversement, un modèle à plusieurs périodes permettrait, comme on l'a souligné plus haut, de comprendre la relation existant à un instant donné entre le stock de capital logement possédé par les ménages (qui est exogène dans notre modèle simple) et les coûts de déménagement.

Supposer l'exogénéité des revenus par rapport aux décisions de mobilité est certainement réducteur. La mobilité géographique est souvent associée dans la littérature à la recherche d'opportunités sur le marché du travail ; dans ce contexte, les salaires, partie importante des revenus, deviennent endogènes. La question de l'exogénéité des revenus est très proche de celle de l'introduction de l'espace dans le modèle. Nous avons considéré un monde ponctuel, où les loyers et les prix du logement sont uniques. C'est ce qui permet de comparer facilement les utilités du ménage avec et sans mobilité. Si des différences locales de prix et de loyer existent, la localisation devient elle-même un paramètre du choix des ménages. Par exemple, si on note la localisation par un paramètre n, à chaque point de l'espace sont associés un niveau de loyer et de prix du logement, $\rho = \rho(n)$, $p = p(n)$, et éventuellement un niveau de revenu, $R = R(n)$. Dans ce cadre, le calcul de l'utilité optimale du ménage en cas de mobilité résulte en un choix de localisation optimale, qui n'est pas nécessairement la même pour la location et pour la propriété. Les différences d'utilité ne peuvent donc plus être calculées simplement. Notre modèle suppose donc implicitement qu'un ménage évolue au sein d'un même marché local du logement et du travail, au sens où les salaires, les prix du logement et les loyers sont les mêmes que dans son logement actuel.

6 Conclusion

L'objet de cet article est de produire un modèle simple de mobilité et choix de statut d'occupation en présence de contraintes d'emprunt. Le critère de simplicité est dicté par le souci de pouvoir procéder à l'estimation du modèle, sur des données françaises relativement limitées. Notre modèle peut en effet être estimé à partir de données comportant de l'information sur la situation des ménages à deux dates différentes, du type de celles que l'on trouve dans les enquêtes Logement. En dépit de cette simplicité, le modèle présente des effets assez riches : il montre comment la décision de changer de logement résulte d'un arbitrage entre l'inadéquation du logement aux besoins présents du ménage et les coûts de mobilité ; il décrit comment les contraintes reportent une partie des flux d'accession à la propriété vers la location et l'attente ; pour une spécification particulière de la fonction d'utilité et certaines valeurs des paramètres du modèle, on montre que l'on peut observer toutes les transitions possibles (non mobilité, mobilité locataire-locataire, mobilité locataire-propriétaire, mobilité propriétaire-locataire, mobilité propriétaire-propriétaire). L'importance relative de ces transitions dépend de la distribution initiale des ménages selon cinq variables : le statut d'occupation et le stock de capital associés au logement occupé à la période $t-1$, le revenu, la richesse et les coûts anticipés de la propriété à la période courante.

Estimer le modèle présenté dans cet article est relativement simple. La principale difficulté tient au fait qu'aucune enquête ne contient toutes les variables pertinentes. GOBILLON et LE BLANC [2002] utilisent les enquêtes Logement et Patrimoine de l'INSEE. Obtenir une spécification économétrique suppose de modéliser l'hétérogénéité inobservée. GOBILLON et LE BLANC [2002] font porter l'hétérogénéité sur les coûts de mobilité, sur les anticipations de prix des ménages, et sur les préférences pour le logement. Les résultats de l'estimation sont utilisés pour étudier les effets du prêt à taux zéro (PTZ), modélisé comme une subvention à l'apport personnel. Selon ces résultats, le PTZ est générateur d'un fort effet d'aubaine, dans la mesure où 80 % des ménages qui l'utilisent auraient déménager pour accéder à la propriété même en l'absence du dispositif. Un autre effet intéressant concerne les choix continus des ménages : même en l'absence de réaction des prix, le PTZ se traduirait par une *baisse* de la valeur moyenne des logements achetés par les nouveaux propriétaires. Les accédants marginaux (les ménages induits à déménager pour accéder par le PTZ) achètent en effet des logements de valeur plus faible que celle des accédants non marginaux, et cet effet fait plus que compenser l'augmentation de la valeur des logements achetés par ces derniers.

Des extensions de ce modèle consisteraient à traiter explicitement les diverses sources d'incertitude qui peuvent affecter les choix des ménages. La principale source d'incertitude rencontrée par un propriétaire potentiel concerne l'évolution des prix du logement dans le futur. Un pan de la littérature théorique actuelle s'attache à mieux comprendre comment l'incertitude affectant les revenus futurs des agents et les prix du logement jouent sur l'arbitrage entre location et propriété (ORTALO-MAGNÉ et RADY [2002a]). Dans un modèle à plusieurs périodes, l'incertitude sur l'évolution temporelle des revenus de l'agent affecte à la fois l'utilité des locataires et celle des propriétaires, même en l'absence de contraintes d'emprunt. En présence de contraintes d'emprunt, l'évolution des revenus affecte le niveau de la valeur maximale d'achat dans le futur. Au total, l'effet de l'incertitude sur les décisions de mobilité et de choix de statut d'occupation est donc difficile à caractériser *a priori*. Dans un autre ordre d'idées, la mobilité réduite des propriétaires peut se révéler néfaste en présence de chocs locaux sur la demande de travail. L'interaction entre marché du logement et marché du travail a fait l'objet de travaux empiriques depuis fort longtemps, mais ne disposait pas d'un cadre de référence théorique. Une littérature très récente (voir par exemple ORTALO-MAGNÉ et RADY [2002b], HAAVIO et KAUPPI [2002]) s'efforce de combler ce vide. ▼

• Références

BECKER G. (1965). – *Human Capital, a Theoretical and Empirical Analysis with Special Reference to Education*, Chicago, the University of Chicago Press.

BOEHM T. P.,. HERZOG H. W, SCHLOTTMANN A. M. (1991). – « Intra-Urban Mobility, Migration, and Tenure Choice », *The Review of Economics and Statistics*, 73(1), p. 59-68.

BÖHEIM R., TAYLOR M. (1999). – « Residential Mobility, housing tenure and the labour market in Britain », University of Essex, working paper.

BRUECKNER J. K. (1997). – « Consumption and Investment Motives and the portfolio Choices of Homeowners », *Journal of Real Estate finance and economics*, 14(2), p. 149-180.

CHARPIN F. (1989). – « Les contraintes de liquidité dans la théorie du cycle de vie », *Annales d'économie et de statistique*, 14, p. 65-101.

DUBUJET F. (2000). – « Les déménagements forment la jeunesse », *INSEE Première*, INSEE.

DUCA J. V., ROSENTHAL S. (1994). – « Borrowing Constraints and Access to Owner-Occupied Housing », *Regional Science and Urban Economics*, 24, p. 301-322.

EBERLY J. (1994). – « Adjustment of Consumers' Durables Stocks : Evidence from Automobile Purchases », *The Journal of Political Economy*, 102(3), p. 403-436.

FLAVIN M., YAMASHITA T. (2002). – « Owner-occupied Housing and the Composition of the Household Portfolio Over the Life Cycle », *The American Economic Review*, 92(1), p. 345-362.

GOBILLON L., LE BLANC D. (2002). – « The Impact of Borrowing Constraints on Mobility and Tenure Choice », *CREST Working Paper*, n°2002-28.

GOBILLON L. (2002). – « Emploi, logement et mobilité résidentielle », *Economie et Statistique*, 349-350, p. 77-98.

GROSSMAN S., LAROQUE G. (1990). – « Asset, Pricing and Optimal Portfolio Choice in the Presence of Illiquid Consumption Durable Goods », *Econometrica*, 58, p. 25-51.

HAAVIO M., KAUPPI H. (2002). – « Housing Markets, Borrowing Constraints and Labor Mobility », *mimeo*, Dept. of Economics, University of Helsinki.

HAURIN D. R., HENDERSHOTT P. H., WACHTER S. M. (1997). – « Borrowing Constraints and the Tenure Choice of Young Households », *Journal of Housing Research*, 8(2), p. 137-154.

HAYASHI F. (1985). – « The Effect of Liquidity Constraints on Consumption : a Cross-sectional Analysis », *The Quarterly Journal of Economics*, 100(1), p. 225-252.

HENDERSON V., IOANNIDES Y. (1985). – « Tenure Choice and the Demand for Housing », *Economica*, 53, p. 231-246.

HENDERSON V., IOANNIDES Y. (1983). – « A Model of Housing Tenure Choice », *The American Economic review*, 73, p. 98-113.

HENDERSON V., IOANNIDES Y. (1987). – « Owner Occupancy : Investment vs Consumption Demand », *Journal of Urban Economics*, 21, p. 228-241.

HILBER C. (2002). – « Neighborhood Externality Risk and the Homeownership Status of Properties », *mimeo*, The Wharton School, University of Pennsylvania.

IOANNIDES Y. M., KAN K. (1996). – « Structural Estimation of Residential Mobility and Housing Tenure Choice », *Journal of Regional Science*, 36(3), p. 335-363.

IOANNIDES Y., ROSENTHAL S. (1994). – « Estimating the Consumption and Investment Demand for Housing and their Effect on Housing Tenure Status, *The Review of Economics and Statistics*, 76, p. 127-141.

LACROIX T. (1995). – « Le recul de l'accession sociale », *Economie et Statistiques*, 288-289, p. 11-41, INSEE.

LA FAYETTE W.C., HAURIN D.R., HENDERSHOTT P.H. (1995). – « Endogenous Mortgage Choice, Borrowing Constraints and the Tenure Decision », *NBER Working Paper* n°5074.

LAGARENNE C., LE BLANC D. (2000). – « Propriété occupante et composition du portefeuille au cours du cycle de vie », *Revue d'économie politique*, numéro spécial Patrimoine des ménages.

LE BLANC D. (1999). – « L'ampleur de la *negative equity* en France fin 1996, un essai de chiffrage », *ANIL Habitat Actualités*, septembre 1999.

LINNEMAN P., MEGBOLUGBE I.P., WACHTER S.M., MAN CHO (1997). – « Do Borrowing Constraints Change U.S. Homeownership Rates? », *Journal of Housing Economics*, 6, p. 318-333.

LINNEMAN P., WACHTER S.M. (1989). – « The Impacts of Borrowing Constraints on Homeownership », *AREUA Journal*, 17(4), p. 389-402.

MARIGER R. P. (1987). – « A Life-Cycle Consumption Model with Liquidity Constraints : Theory and Empirical Results », *Econometrica*, 55(3), p. 553-557.

ORTALO-MAGNÉ F., RADY S. (2002a). – « Tenure Choice and the Riskiness of Non-Housing Consumption », *Journal of Housing Economics*, 11, p. 266-79.

ORTALO-MAGNÉ F., RADY S. (2002b). – « Homeownership : Low Household Mobility, Volatile Housing Prices, High Income Dispersion », *mimeo*, University of Wisconsin, Madison.

ROSEN H. (1985). – « Housing Subsidies », *Handbook of Public Economics*, vol. I, ch. 7, p. 375-420, Elsevier Science Publishers.

VARIAN H. R., *Microeconomic Analysis*, 3rd edition, W. W. Norton & Co.

WEBER G. (1993). – « Earnings-related Borrowing Restrictions : Empirical Evidence from a Pseudo-panel for the UK », *Annales d'économie et de statistiques*, 29, p. 157-173.

ZELDES S. (1989). – « Consumption and liquidity constraints : an empirical analysis », *Journal of Political Economy,* 97, p. 305-346.

ZORN P.M. (1989). – « Mobility-Tenure Decisions and Financial Credit : Do Mortgage Qualification Requirements Constrain Homeownership? », *AREUA Journal*, 17(1), p. 1-16.

Annexe

Preuve de la proposition 2

Rappelons les notations employées :

$$\begin{aligned} V(x,\mu) &= \max_{C,K,W_{t+1}} U\left(C,K,W_{t+1}\right) \\ \text{s.c.} W_{t+1} &= (1+r_a)(x-C-\mu K) \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} V_{\overline{K}}(x,\mu) &= \max_{C,W_{t+1}} U\left(C,\overline{K},W_{t+1}\right) \\ \text{s.c.} W_{t+1} &= (1+r_a)\left(x-C-\mu\overline{K}\right) \end{aligned}$$

Nous devons étudier la différence d'utilité
$A \equiv V_{K_{t-1}}(x_t,\rho_t) - V(x_t,\rho_t)$

Notons $\left(C^*,K^*,W^*\right)$ la solution optimale associée à $V(x_t,\rho_t)$, et $\left(C^{K_{t-1}},W^{K_{t-1}}\right)$ la solution optimale associée à $V_{K_{t-1}}(x_t,\rho_t)$. Alors,
$A = U\left(C^{K_{t-1}},K_{t-1},W^{K_{t-1}}\right) - U\left(C^*,K^*,W^*\right)$. Un développement limité au voisinage du point $\left(C^*,K^*,W^*\right)$ s'écrit
$A = \nabla U'.X + \frac{1}{2}X'\left(\nabla^2 U\right)X + o(\|X\|^2)$, où ∇U et $\nabla^2 U$ désignent respectivement le gradient et le hessien de U évalués en $\left(C^*,K^*,W^*\right)$, et $X = \left(C^{K_{t-1}} - C^*, K_{t-1} - K^*, W^{K_{t-1}} - W^*\right)'$.

Montrons d'abord que le terme linéaire du développement limité est nul. Si nous désignons par $p = (1,\rho_t,(1+r_a)^{-1})$ le vecteur des prix, la condition du premier ordre du problème (5) est simplement $\nabla U = \lambda p$. Comme pour les deux problèmes (5) et (6) la contrainte de budget est la même, on a $p'.X = 0$, ce qui implique que $\nabla U'.X = 0$.

L'explicitation du terme quadratique fait intervenir la statique comparative du problème contraint (6) autour de $K_{t-1} = K^*$. En ce point, $\left(C^{K_{t-1}},W^{K_{t-1}}\right) = \left(C^*,W^*\right)$ car les solutions des deux problèmes coïncident. La statique comparative donne

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & -\dfrac{1}{1+r} \\ -1 & \dfrac{\partial^2 U}{\partial C^2} & \dfrac{\partial^2 U}{\partial C \partial W} \\ -\dfrac{1}{1+r} & \dfrac{\partial^2 U}{\partial C \partial W} & \dfrac{\partial^2 U}{\partial W^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\lambda \\ dC \\ dW \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_t \\ -\dfrac{\partial^2 U}{\partial C \partial K} \\ -\dfrac{\partial^2 U}{\partial K \partial W} \end{bmatrix} dK_{t-1}$$

Le déterminant de la matrice bordée est strictement positif d'après les hypothèses sur U. En inversant le système, nous obtenons dC et dW en fonction de dK_{t-1}, $(dC \quad dW)' = (A_1 \quad A_2)' dK_{t-1}$. Donc, lorsque $\|K_{t-1} - K^*\|$ est petit, nous avons $\begin{bmatrix} C^{K_{t-1}} - C^* \\ W^{K_{t-1}} - W^* \end{bmatrix} \simeq (A_1 \quad A_2)' \left(K_{t-1} - K^*\right)$, d'où nous tirons

$$\frac{1}{2} X' \left(\nabla^2 U\right) X \simeq -\frac{1}{2} \kappa \left(K_{t-1} - K^*\right)^2,$$

$$\text{avec } \kappa \equiv -[\,A_1 \quad 1 \quad A_2\,] \left(\nabla^2 U\right) [\,A_1 \quad 1 \quad A_2\,]' > 0$$

ce qui démontre la proposition. ■

Solution de l'exemple analytique

Les trois programmes de maximisation

Nous résolvons successivement les programmes du ménage qui reste dans son logement, qui déménage pour devenir locataire, et qui déménage pour devenir propriétaire. On rappelle l'hypothèse technique qui permet que les ménages aient accès à tous les choix:

$x_t > \max(\mu_t K_{t-1}, R_0)$, avec $\mu_t = \rho_t$ pour les locataires en $t-1$, $\mu_t = \pi_t$ pour les propriétaires en $t-1$.

Le ménage reste dans son logement

Le programme de maximisation s'écrit

$$\max_{C_t, W_{t+1}} U\left[C_t, K_{t-1}, W_{t+1}\right]$$
$$\text{s.c. : } W_{t+1} = (1 + r_a)(W_t + R_t - C_t - \mu_t K_{t-1})$$

On obtient

$$\begin{aligned} C_r^* &= \frac{\alpha}{\alpha + \delta} \left(W_t + R_t - \mu_t K_{t-1}\right), \\ W_{t+1,r}^* &= (1 + r_a) \frac{\delta}{1 + \delta} \left(W_t + R_t - \mu_t K_{t-1}\right) \end{aligned}.$$

Déménagement vers la location

Le programme s'écrit

$$\max_{C_t, K_t, W_{t+1}} U\left[C_t, K_t, W_{t+1}\right]$$
$$\text{s.c. : } W_{t+1} = (1 + r_a)(x_t - R_0 - C_t - \rho_t K_t)$$

La consommation, le stock de logement et la richesse à la période $t+1$ à l'optimum sont

$$\begin{aligned}
C_l^* &= \frac{\alpha}{1+\delta}\left(x_t - R_0\right), \\
K_l^* &= \frac{1-\alpha}{(1+\delta)\,\rho_t}\left(x_t - R_0\right), \\
W_{t+1,l}^* &= (1+r_a)\,\frac{\delta}{1+\delta}\left(x_t - R_0\right)
\end{aligned}$$

Déménagement vers la propriété

Le programme s'écrit

$$\begin{aligned}
&\max_{C_t, K_t, W_{t+1}} U\left[C_t, K_t, W_{t+1}\right] \\
&\text{s.c. : } W_{t+1} = (1+r_a)(x_t - R_0 - C_t - \widetilde{\pi}_t K_t) \\
&\text{et : } K_t \leqslant K_{\max}
\end{aligned}$$

Dans le cas où la contrainte n'est pas saturée, la solution est la même que pour le cas précédent, au prix du logement près :

$$\begin{aligned}
C_{nc}^* &= \frac{\alpha}{1+\delta}(x_t - R_0), \\
K_{nc}^* &= \frac{1-\alpha}{(1+\delta)\,\widetilde{\pi}_t}(x_t - R_0), \\
W_{t+1,nc}^* &= (1+r_a)\,\frac{\delta}{1+\delta}\left(x_t - R_0\right).
\end{aligned}$$

Dans le cas où elle est saturée, nous avons

$$K_c^* = K_{\max}, C_c^* = \frac{\alpha}{\alpha+\delta}\left[x_t - R_0 - \widetilde{\pi}_t K_{\max}\right],$$

$$W_{t+1,c}^* = (1+r_a)\,\frac{\delta}{\alpha+\delta}\left[x_t - R_0 - \widetilde{\pi}_t K_{\max}\right].$$

Preuve des propositions 4 et 5

On rappelle l'hypothèse technique qui permet que les ménages aient accès à tous les choix :

$x_t > \max(\mu_t K_{t-1}, R_0)$, avec $\mu_t = \rho_t$ pour les locataires en $t-1$, $\mu_t = \pi_t$ pour les propriétaires en $t-1$.

Traitons d'abord le cas d'un ancien locataire. Posons

$$U_r^* - U_l^* = (\alpha+\delta)\ln\left[\frac{1-\alpha}{\alpha+\delta}\right] + (\alpha+\delta)\ln\left[\frac{1+\delta}{1-\alpha}\frac{K_l^*}{K_{t-1}} + \frac{R_0}{\rho_t K_{t-1}} - 1\right]$$
$$- (1+\delta)\ln\left(\frac{K_l^*}{K_{t-1}}\right) \equiv f(K_l^*).$$

Lorsque $R_0 < \rho_t K_{t-1}$, l'hypothèse technique conduit à $K_l^* = \frac{1-\alpha}{(1+\delta)\,\rho_t}(x_t - R_0) > \frac{1-\alpha}{1+\delta}\left(K_{t-1} - \frac{R_0}{\rho_t}\right) > 0$. Nous avons $f\left[\frac{1-\alpha}{1+\delta}\left(K_{t-1} - \frac{R_0}{\rho_t}\right)\right] = -\infty$, $\lim_{x\longrightarrow+\infty} f(x) = -\infty$, $f(K_{t-1}) > 0$. On obtient $f'(x) = \dfrac{(1-\alpha)\left(K_{t-1} - \frac{R_0}{\rho_t} - x\right)}{x\left[x + \frac{1-\alpha}{1+\delta}\left(K_{t-1} - \frac{R_0}{\rho_t}\right)\right]}$. Donc f est croissante sur l'intervalle $\left]\frac{1-\alpha}{1+\delta}\left(K_{t-1} - \frac{R_0}{\rho_t}\right), K_{t-1} - \frac{R_0}{\rho_t}\right[$, et décroissante sur $\left]K_{t-1} - \frac{R_0}{\rho_t}, +\infty\right[$. f est maximum (et strictement positive) pour $K_l^* = K_{t-1} - \frac{R_0}{\rho_t} < K_{t-1}$. Donc, il existe deux valeurs α et β vérifiant $\frac{1-\alpha}{1+\delta}(K_{t-1} - \frac{R_0}{\rho_t}) < \alpha < K_{t-1} - \frac{R_0}{\rho_t}$, $\beta > K_{t-1}$, telles que, $f(\alpha) = 0$, $f(\beta) = 0, f(x) > 0$ si $x \in]\alpha,\beta[$, et $f(x) < 0$ si $x \notin [\alpha,\beta]$.

Lorsque $R_0 > \rho_t K_{t-1}$, nous avons $\lim_{x\longrightarrow 0} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\longrightarrow+\infty} f(x) = -\infty$. f' est toujours négative et f est décroissante sur R^{+*}. D'autre part, $f(K_{t-1}) > 0$. Donc, il existe une unique valeur $\gamma > K_{t-1}$ telle que $f(x) > 0$ si $x < \gamma$, et $f(x) < 0$ si $x > \gamma$.

Dans le cas des anciens propriétaires,

$$U_r^* - U_l^* = (\alpha+\delta)\ln\left[\frac{1-\alpha}{\alpha+\delta}\right]$$
$$+ (\alpha+\delta)\ln\left[\frac{1+\delta}{1-\alpha}\frac{K_l^*}{K_{t-1}} + \frac{R_0}{\rho_t K_{t-1}} - \frac{\pi_t}{\rho_t}\right]$$
$$- (1+\delta)\ln\left(\frac{K_l^*}{K_{t-1}}\right).$$

Lorsque $R_0 > \rho_t K_{t-1}$, la discusssion est identique à celle du cas précédent. Lorsque $R_0 < \rho_t K_{t-1}$, f est croissante puis décroissante, le maximum étant atteint pour $K_l^* = (\pi_t K_{t-1} - R_0)/\rho_t$. La valeur du maximum est

$(1-\alpha)\ln\left[\dfrac{\rho_t K_{t-1}}{\pi_t K_{t-1}-R_0}\right]$. Selon la position respective de ρ_t et π_t, il peut être positif ou négatif. Si $\rho_t < \pi_t - \dfrac{R_0}{K_{t-1}}$, la mobilité est toujours préférable. Si $\rho_t > \pi_t - \dfrac{R_0}{K_{t-1}}$, on obtient à nouveau une règle (*s, S*). ■

Preuve de la proposition 6

Raisonnons conditionnellement à la valeur du coût d'usage de la propriété anticipé $\widetilde{\pi}_t$. Remarquons d'abord que le rapport $K_{\max}/K^*_{nc}$, qui mesure la force de la contrainte d'emprunt, est donné par $\dfrac{K_{\max}}{K^*_{nc}} = \dfrac{W_t + \frac{e}{\widetilde{r}}R_t}{\frac{1-\alpha}{1+\delta}\frac{\widetilde{p}_t}{\widetilde{\pi}_t}(W_t+R_t)}$.

Ce rapport ne dépend que de la variable $\psi_t = R_t/W_t$, $\dfrac{K_{\max}}{K^*_{nc}} = g(\psi_t)$ où pour $x \in R^+,\ g(x) = \dfrac{1+\frac{e}{\widetilde{r}}x}{\frac{1-\alpha}{1+\delta}\frac{\widetilde{p}_t}{\widetilde{\pi}_t}(1+x)}$. Le signe de la dérivée de g est celui de $(\frac{e}{\widetilde{r}}-1)$, qui est positif pour les valeurs habituelles de ces paramètres. g est donc strictement croissante sur R^+. On a $g(0) = \dfrac{1+\delta}{1-\alpha}\dfrac{\widetilde{\pi}_t}{\widetilde{p}_t}, g(+\infty) = \dfrac{e}{\widetilde{r}}\dfrac{1+\delta}{1-\alpha}\dfrac{\widetilde{\pi}_t}{\widetilde{p}_t}$.

Trois cas sont possibles :

– si $g(+\infty) \leqslant 1$, le ménage est contraint quel que soit ψ_t.

– si $g(0) \geqslant 1$, le ménage n'est jamais contraint,

– si $g(0) < 1 < g(+\infty)$, la croissance stricte de la fonction g assure qu'il existe une unique valeur ψ^0 telle que $g(\psi^0) = 1$. La contrainte est donc effective pour les ménages tels que $\psi_t < \psi^0$, et non saturée pour les ménages tels que $\psi_t > \psi^0$. La condition pour que ce troisième cas apparaisse est notée :

$$Ha : (1-\alpha)\frac{\widetilde{r}}{e} < \frac{\widetilde{\pi}_t}{\widetilde{p}_t}(1+\delta) < 1-\alpha$$

et supposée vérifiée par la suite (les autres cas n'ont qu'un intérêt limité sur le plan économique).

Notons $x = K_{\max}/K^*_{nc}$; l'équation (13) s'écrit

$$U^*_l - U^*_p = (1-\alpha)\ln\left(\frac{\widetilde{\pi}_t}{\rho_t}\right) + 1_{x<1}.f(x),$$

avec $f(x) = -(1-\alpha)\ln x - (\alpha+\delta)\ln\left[\dfrac{1+\delta}{\alpha+\delta} - \dfrac{1-\alpha}{\alpha+\delta}x\right]$. f est toujours positive lorsque $x < 1$, par les résultats de la section 2. Donc, lorsque $\widetilde{\pi}_t > \rho_t$, la location est toujours préférable à la propriété.

Cherchons maintenant une condition sur $\widetilde{\pi}_t$ sous laquelle la situation de propriétaire est toujours meilleure que celle de locataire. Pour toute valeur de (W_t, R_t) dans le cadran positif, $\frac{K_{\max}}{K^*_{nc}} \geqslant \frac{\widetilde{\pi}_t}{\widetilde{p}_t}\frac{1+\delta}{1-\alpha}$, d'où

$U^*_l - U^*_p \leqslant \quad (1-\alpha)\ln\left(\frac{\widetilde{\pi}_t}{\rho_t}\right) + f(\frac{\widetilde{\pi}_t}{\widetilde{p}_t}\frac{1+\delta}{1-\alpha}) \equiv B$. Une condition suffisante pour que la situation de propriétaire contraint soit toujours meilleure que celle de locataire est donc $B < 0$. Cette condition s'écrit : $(1-\alpha)\ln\left(\frac{\widetilde{p}_t}{\rho_t}\frac{1-\alpha}{1+\delta}\right) < (\alpha+\delta)\ln\left[\frac{1+\delta}{\alpha+\delta}\left(1-\frac{\widetilde{\pi}_t}{\widetilde{p}_t}\right)\right]$,
ou de manière équivalente $\widetilde{\pi}_t < \bar{\pi}$ où

$$\bar{\pi} \equiv p_t\left[1 - \frac{\alpha+\delta}{1+\delta}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha+\delta}\frac{p_t}{\rho_t}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha+\delta}}\right]$$

Il reste à prouver qu'on a bien $\bar{\pi} < \rho$. Cette condition équivaut encore à $\frac{1+\delta}{\alpha+\delta}\left[\frac{1-\alpha}{1+\delta}\right]^{\frac{\alpha-1}{\alpha+\delta}}\left(1-\frac{\rho_t}{\widetilde{p}_t}\right)\left[\frac{\rho_t}{\widetilde{p}_t}\right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha+\delta}} < 1$. L'étude de la fonction h définie sur $[0,1]$ par $h(x) = Kx^b(1-x)$, avec $b > 0$ et $K > 0$, montre que h est croissante puis décroissante, le maximum étant atteint au point $b/(b+1)$. Dans notre cas, $b = \frac{1-\alpha}{\alpha+\delta}$, et $K = \frac{1+\delta}{\alpha+\delta}\left[\frac{1-\alpha}{1+\delta}\right]^{\frac{\alpha-1}{\alpha+\delta}}$. Alors $h(\frac{b}{b+1}) = 1$, ce qui montre que la condition est toujours vérifiée.

La condition $\bar{\pi} > 0$ équivaut à $\frac{\rho_t}{\widetilde{p}_t} > \frac{1-\alpha}{1+\delta}\left[\frac{\alpha+\delta}{1+\delta}\right]^{\frac{\alpha+\delta}{1-\alpha}}$.

Considérons enfin le cas intermédiaire où $\bar{\pi} < \widetilde{\pi}_t < \rho_t$. Puisque Ha est vérifiée, il existe des ménages non contraints dans la population, dès que la distribution de ψ_t conditionnellement à $\widetilde{\pi}_t$ dans celle-ci n'est pas cantonnée à gauche de ψ^0. Sous cette condition, il existera toujours des ménages qui préféreront la propriété à la location. ■